NC-Matte

- **1 Formler och Begrepp beskrivet med Figur 1 (Vad är Klockan) (Viktig Figur)**
- **2 Trigonometriska Funktioner (Beräknar Sidor och Vinklar i Rätvinklig Triangel)**
- **3 Miniräknare: (Beräknar Sidor och Vinklar)**
- **4 Pythagoras Sats (Beräknar bara Sidor i en Rätvinklig Triangel)**
- **5 Vanliga och Polära Koordinatsystem (X: Y) och (R: φ)**
- **6 Hypotenusan (Radien R) (En Visare på Klockan)**
- **7 Avståndsformeln = (Pythagoras) (Visarens LÄNGD) [Till ÖV 13 med flera]**
- **8 Vektorer [*Vektor Geometri*]**
- **9 Cirkelns Ekvation och Räta Linjens Ekvation [*Vektor Geometri*]**
- **10 Pythagoras i 3-D (Fräsmaskinen)**
- **11 Kända Geometriska figurer och dess Skalor (Bör Kunnas)**

OBS! Läs INTE allt. Titta bara på den Punkt ni just för tillfället vill veta mer om. ***Vi lär oss inte hela Telefonkatalogen utantill för att sedan bara ringa EN person***

Människa! RITA FIGUR med PASSARE och LINJAL

1 Vad är Klockan:

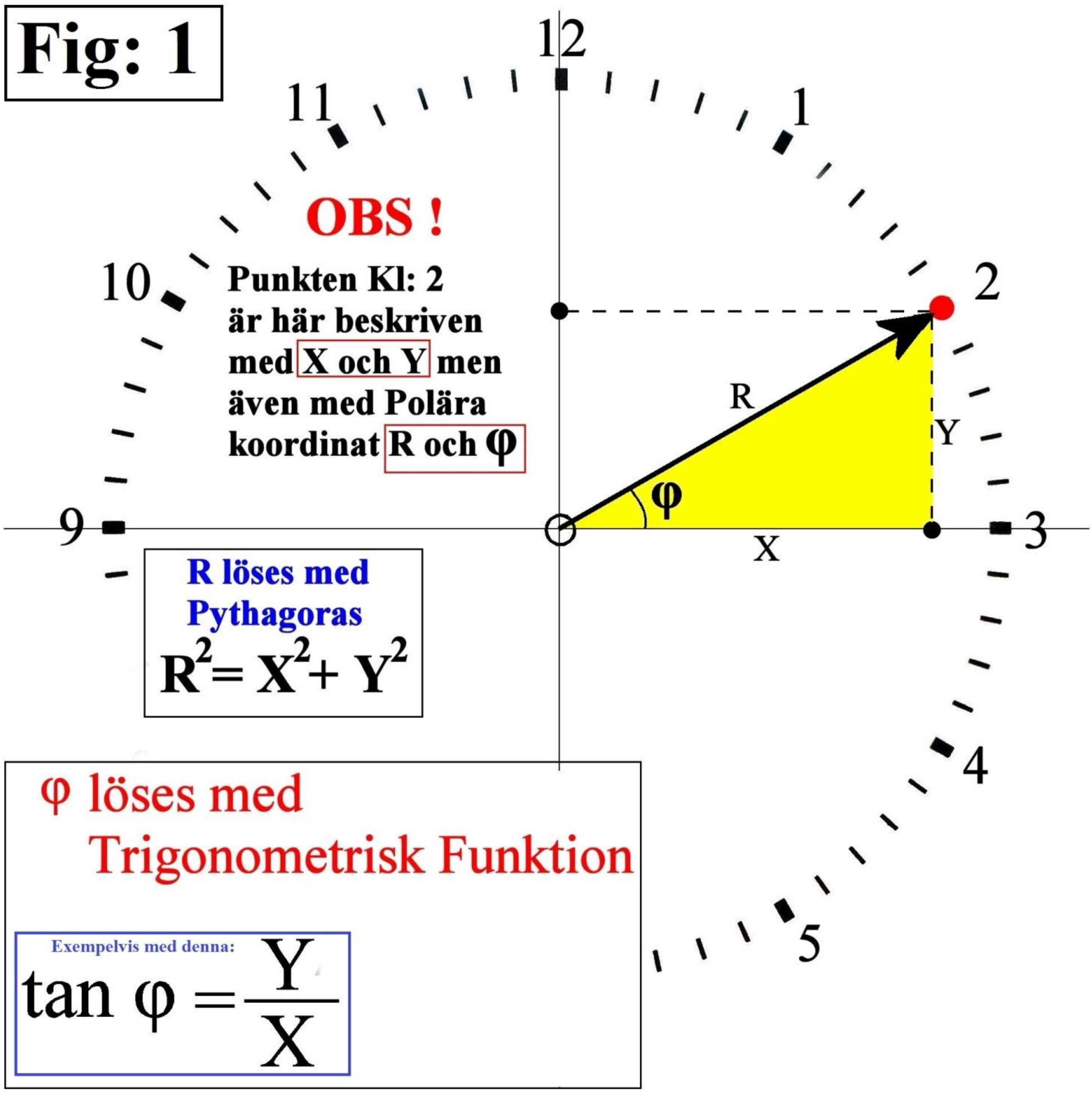
Fig 1 nedan beskriver de flesta begrepp vi behöver till NC-matte. Det är ett Vanligt koordinatsystem med en Klocka med en Visaren som pekar på Punkten Kl:2. **Visaren är Radien R, och är Alltid HYPOTENUSAN** i en Rätvinklig Triangel. Punktens Kl:2 kan beskrivas med **Vanliga koordinater (X:Y).** Samma Punkt kan ju också beskrivas med **Polära koordinater, (R:φ)** även **kallad Cirkelkoordinater**. Alla punkter i ett Koordinatsystem kan beskriva med (X:Y) eller (R:φ). **Var inte rädd för att lära er att använda Polära koordinater det är enklare än ni tror. Om vi ska borra hål i en bil-fälg så kommer ju Radien R och Vinkeln φ att stå på ritningen.**

Fig 1 ger oss även följande: Pythagoras Sats, Avståndsformeln, Cirkelns Ekvation, alla 3 är Samma sak. Via Gula Triangeln får vi också de **Trigonometriska Funktionerna, Sinus: Cosinus: Tangens**.

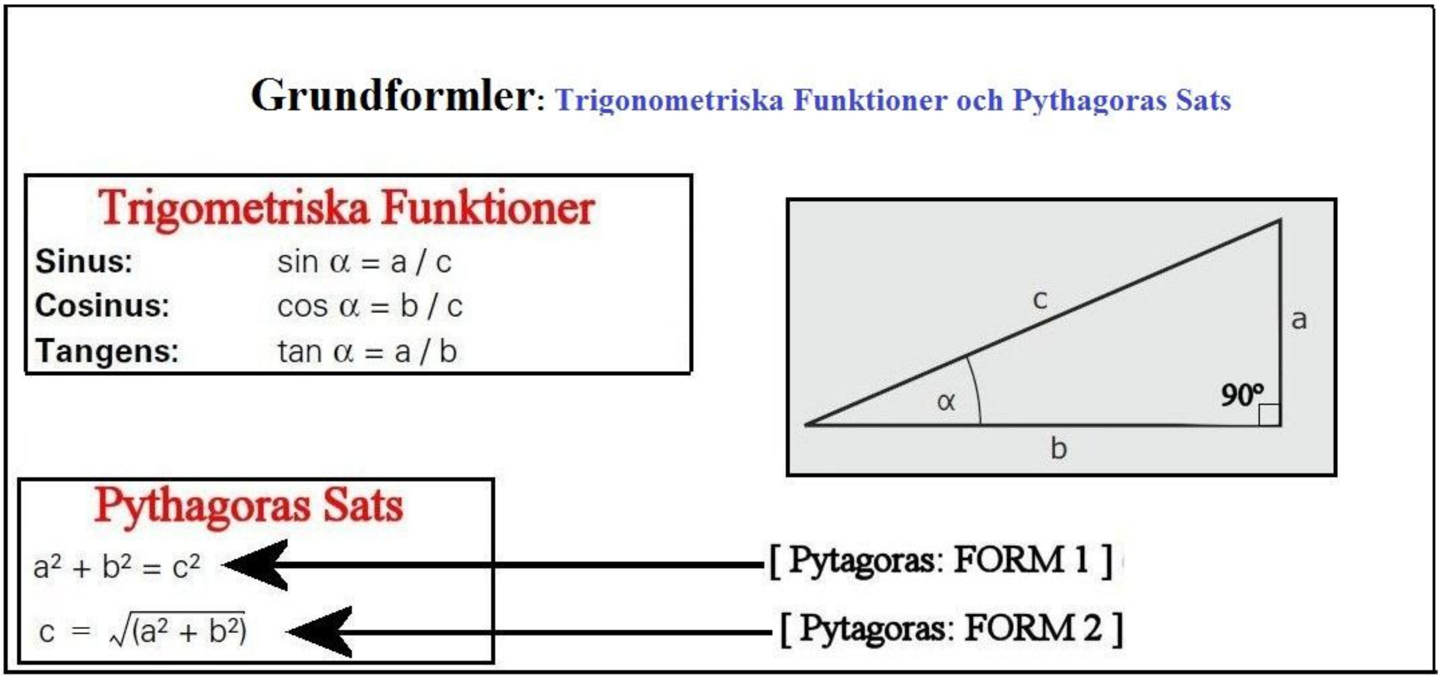
Fig 1 Är viktig och delar av dess ide kommer att återkomma i all begrepp jag tar upp.

Formelsamlingar: Brukar innehålla variabler så som: a,b,c,d,,osv. Vi byter ut **a b c** till **R X Y** i alla formler för att få något som betyder något för oss. Exempelvis blir då Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ istället $X^2 + Y^2 = R^2$

Notera att: Vi har bara 4st variabler **R X Y φ** i Triangeln, och med dem beskriver vi alla begrepp.



2 Trigonometriska Funktioner (När Används de)



(Lösa ut Variabler) = (Skriva om som i Modell 1,2,3 Nedan)

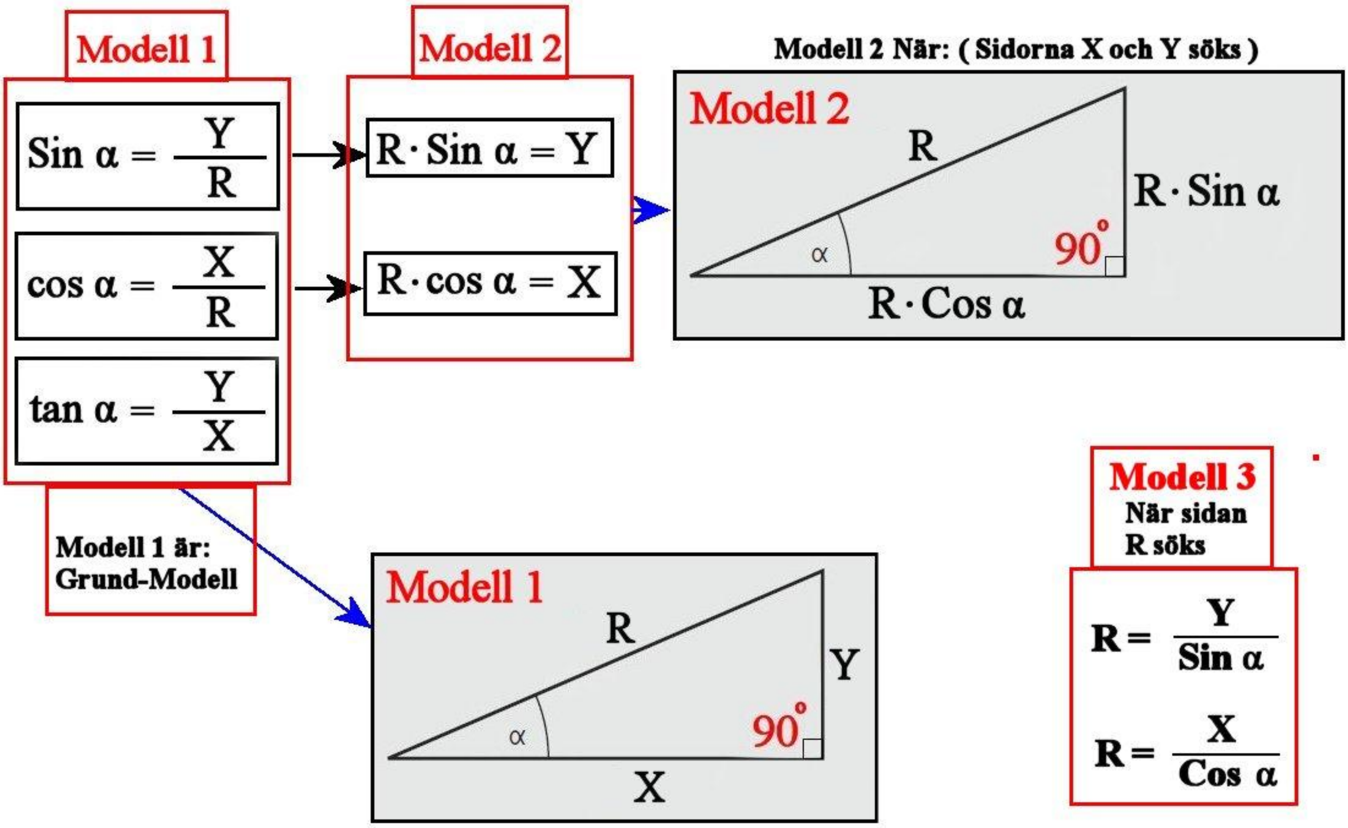
Vi skall strax byta ut bokstäverna i formlerna ovan till det som passar oss, men först ska vi titta på när och hur formlerna används.

En GODTYCKLIG (90º EJ given) Triangel har 6 Element. 3 Sidor och 3 Vinklar. För att vi över huvud taget ska kunna börja räkna ut alla 6 måste vi **minst känna till 3 av dem**, och **en av dem måste vara en vinkel**. I Rätvinklig Triangel får vi **90º gratis**.

<u>Pytagoras Sats:</u> **Används bara till att beräkna sidor i en Rätvinklig triangel.**

<u>Trigonometriska Funktioner:</u> **Både till att beräkna Sidor och Vinklar i en Rätvinklig triangel.**

Trigonometriska Funktioner: Passande Variabler (R X Y)



Fördelar:

Vad är nu fördelen med att skriva det på detta sätt? **Modell 1** denna uppställning av formlerna är vanlig i Formelsamlingar, men där utrycker de sig i bokstäverna, **a b c** dessa säger oss inget. **R X Y** däremot ger oss en hint om vad vi söker.

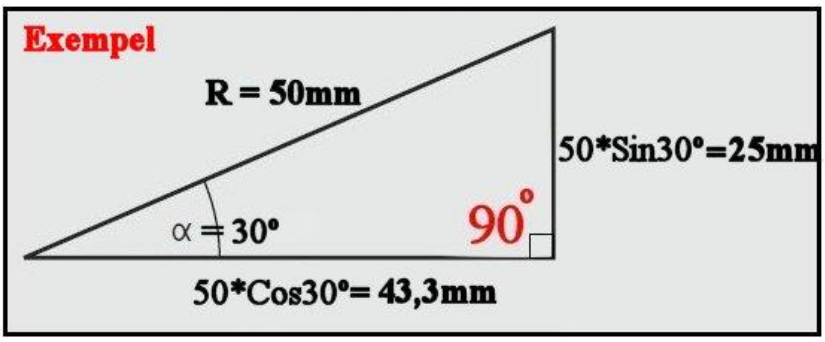
Om vi bara flyttar upp **R** till vänstra sidan i **Modell 1** så får vi **Modell 2**. Byt plats på R och Sin α samt på R och Cos α i **Modell 1** så får du **Modell 3**. Denna används när **Sidan R söks**. **OBS !** **Modell 2 och Modell 3** kan ju användas **Direkt som en Formelsamling.** Vi kan ju Direkt peka på den sida som **söks (R X Y)** och sedan sätta in de givna värdena

.

Exempel:

När man i en uppgift får veta värdet på: **EN SIDA** och **EN VINKEL**. Detta ger en hint om att man ska använda sig av Trigonometriska Funktioner istället för Pythagoras Sats. **För Vinklar ingår ej i Pytagoras**.

Låt oss säga att vi i en Triangel har. **EN SIDA: (R=50mm)** och **EN VINKEL: (α=30º)**. I Triangel **Modell 2** ser vi att vi kan sätta in värdena **R** och **α** och därmed direkt i Figur beräkna sidorna **X** och **Y**

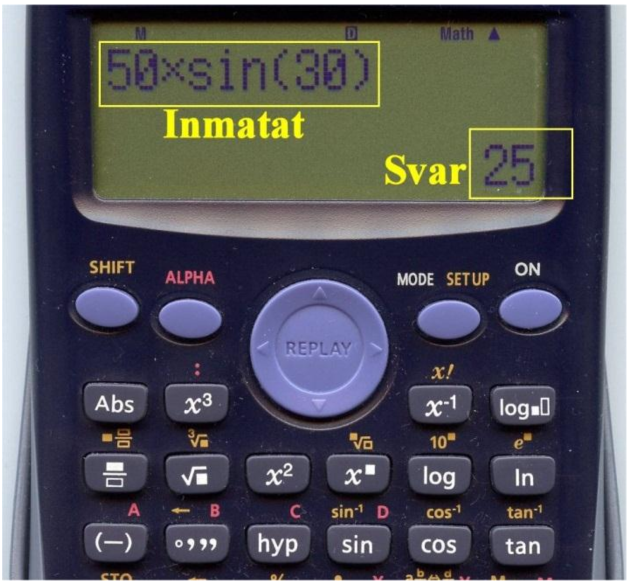


Alltså: X=43,3mm och Y=25mm Dessa Beräkningar görs ju Direkt i **Modell 2**

3 Miniräknare (Sidor och Vinklar)

Vinkel Given:

Detta fall är det enklaste: Exempel: **Y=R*sin α** **α=30º** och **R=50** ger: Tryck: **5 0 * sin (3 0) =** **Svar: Y=25mm**



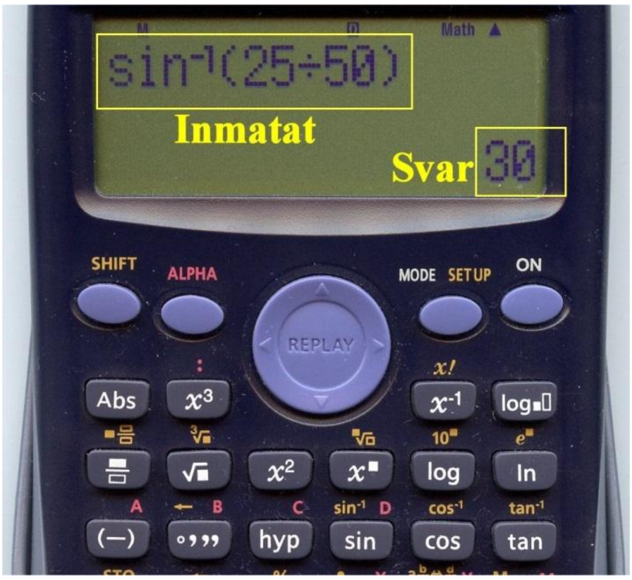
Vinkel Söks:

Nu blir det lite bökigare: Denna gång räknar vi baklänges. Exempel: **Y=25 R=50 och α=Söks**

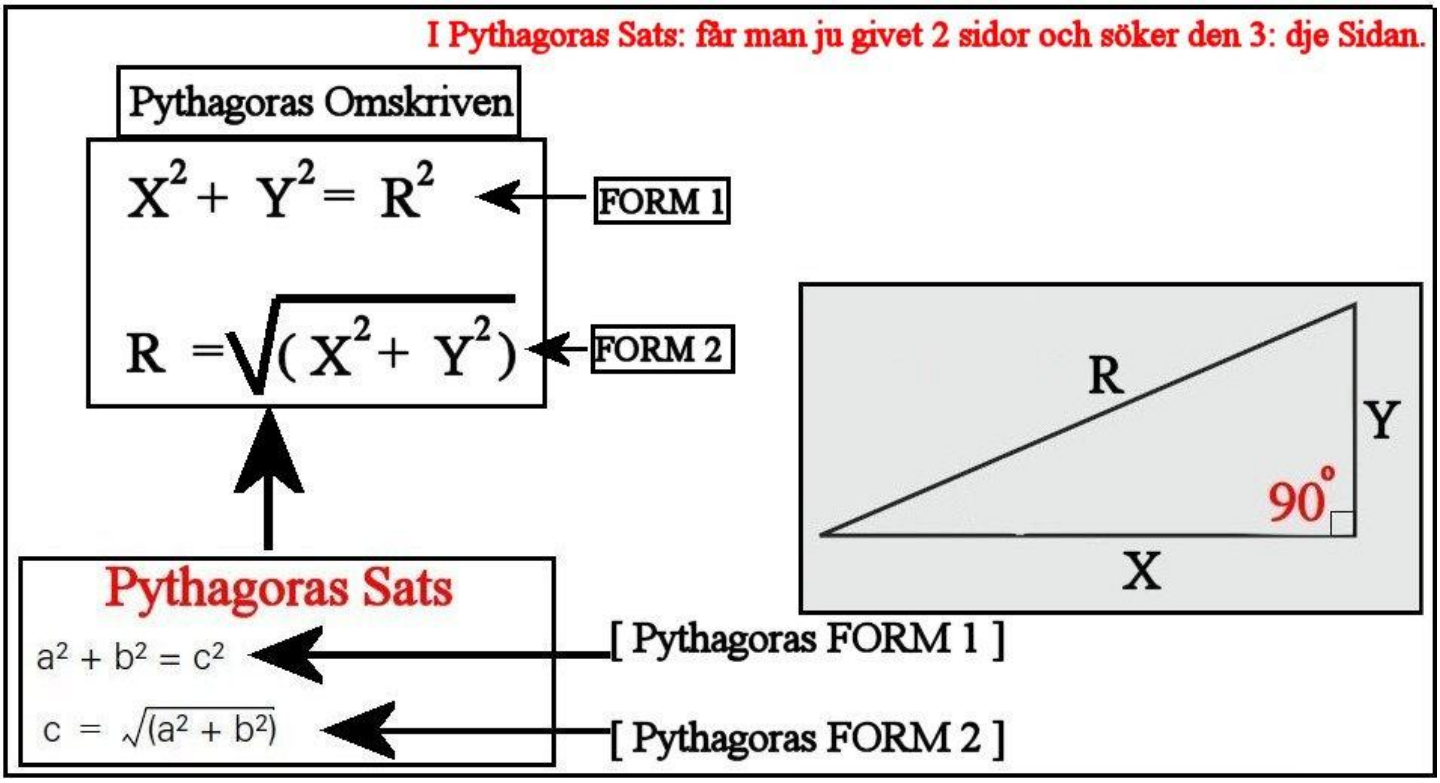
På Miniräknare ska man ofta använda någon form av **Shift-Knapp** för att komma åt det som står nedanför knappen. Den funktion vi då kommer åt är då, det omvända mot när vi sökte sidan, Alltså Vinkeln. På **Casio är det $\sin^{-1}$** På andra räknare kan det heta **arcsin** eller **INV.** **Allt syftar på en INVERS som betyder omvänt eller Omkast.**

Tryck: **SHIFT** (som gör Sin^{-1} aktiv) därefter **Sin** (som nu betyder **Sin^{-1}**) tryck sedan **(2 5 / 5 0) =**

Det som står i parentesen är ju: **(Y/R)** Det Svar vi sedan får är då **α=30º**



4 Pythagoras Sats:



Om man nu inte är så van vid att först möblera om bokstäver (Variabler) , så kan man ju sätta in värdena direkt och delberäkna för att förenkla det hela.

Låt säga att vi **söker X** och **R=5** och **Y=3** vi kan då sätta in dem i FORM 1 och får följande:

$$X^2 + 3^2 = 5^2$$

Som ger:

$$X^2 + 9 = 25$$

Flytta över (+9) ger (-9)

$$X^2 = 25-9$$

$X^2 = 16$ **Och Roten ur 16 är 4 så vi får:** **$X = 4$**

(Att direkt sätta in Värdena i Formeln och sedan beräkna är absolut Enklast)

En annan metod är att lösa ut variabler så som det är gjort i *Punkt 2 Trigonometriska Funktioner*, där Modell 1 är omskriven till Modell 2 och 3 denna metod är svårare men väldigt kraftfull då man själv styr över hur formlerna ska se ut. Se punkt 16 Formel Exercis.

5 Vanliga (X:Y) och Polära Koordinatsystem (R:φ)

Det vanliga och det Polära Koordinatsystemet ligger i samma plan, (på samma Papper). Varje punkt på pappret kan utryckas i (X:Y) koordinater eller i (R: **φ**) koordinater. Om en bok kostar 70 kr så kan vi betala den med 10 Dollar, det är bara en omskrivning av samma värde.

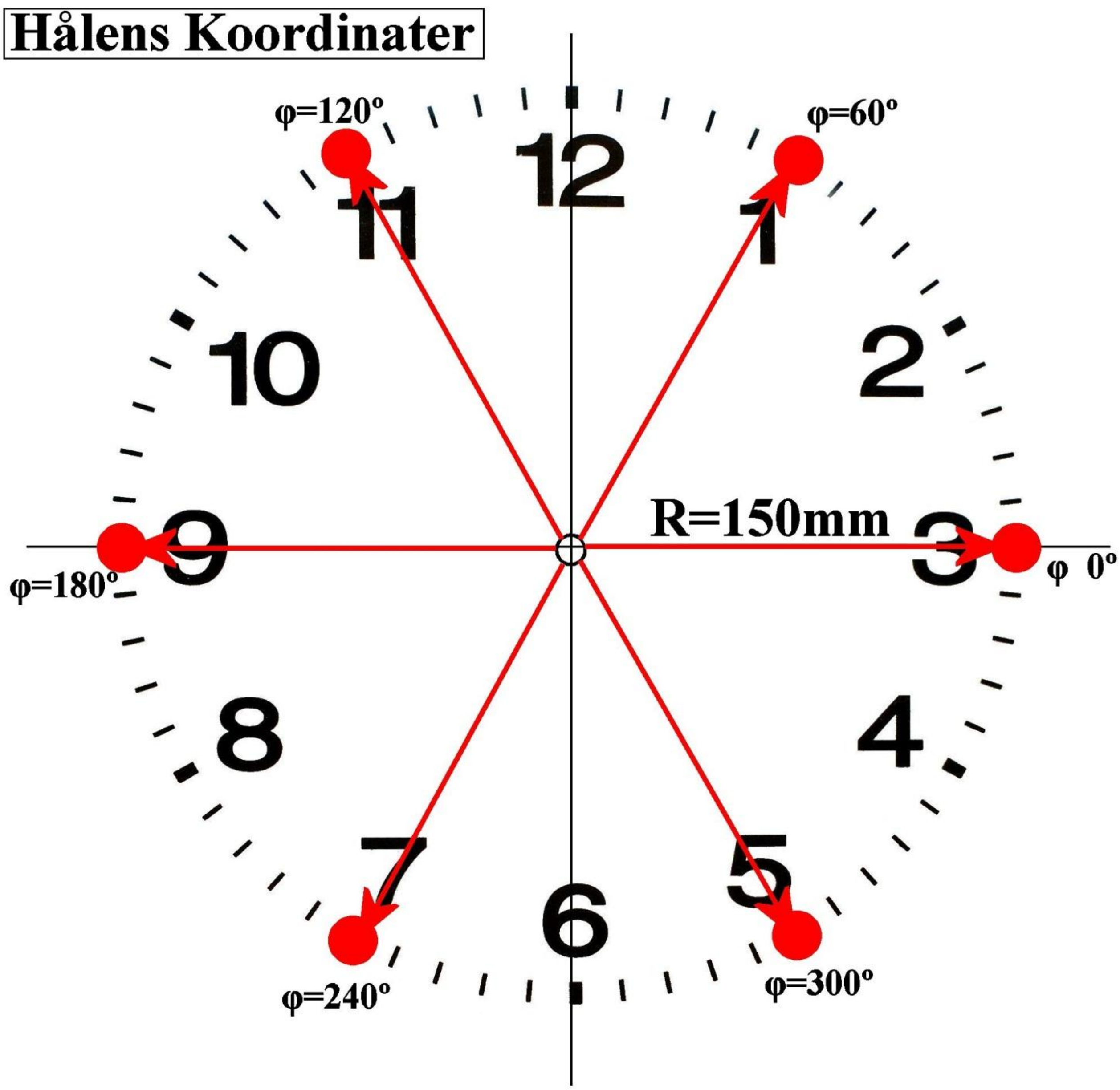
Polära Koordinat kallas också Cirkel Koordinat. Det antyder att punkterna ligger på en Cirkel. Precis som med Fig 1 alla klockslagen på klockan är punkter med Polära koordinater. **1 Punkt läge bestäms med (R:φ).** Vi ska då ha en **Längd [R] och en Riktning [φ]**. Ja man säger faktiskt Riktning om vinkeln **φ.**

Om ni tittar på en Klocka som är 12, och Visaren är 5cm lång. Ja då är R=5 och **φ=90°**, man räknar vinklar från Kl: 3 och moturs. Mellan Kl: 3 och Kl: 12 är det 90° så Riktningen är då 90°. Vi har därmed angivit Punkten Kl: 12 i Polära Koordinat.

<u>Användning:</u>

Om vi exempelvis skall **borra bulthålen i en fälj till en bil**. Om vi har **6 hål med Radieavståndet 150mm**. Alltså är **R=150** och 360°/6 = 60° vi har då **60° mellan var hålindelningen**. Och om vi borrar första hålet Kl: 3 där är **φ = 0°** sedan plussar vi bara på 60° för var hål. Alla hål har R = 150mm från Centrum. Vi räknar vinklar moturs så nästa hål är +60° alltså Kl: 1 nästa blir KL. 11 osv. Vi kan naturligtvis även ange de 6 hålens läge med vanliga (X:Y) koordinater också, men det blir svårare. När vi sedan borrar hålen i maskin lägger vi Nollan i Centrum skriver R en gång och seda

n +60° för hålens **φ** angivelse. **Svårare än så blir det inte**. ***Radien och Vinkel står ju dessutom på ritningen.***

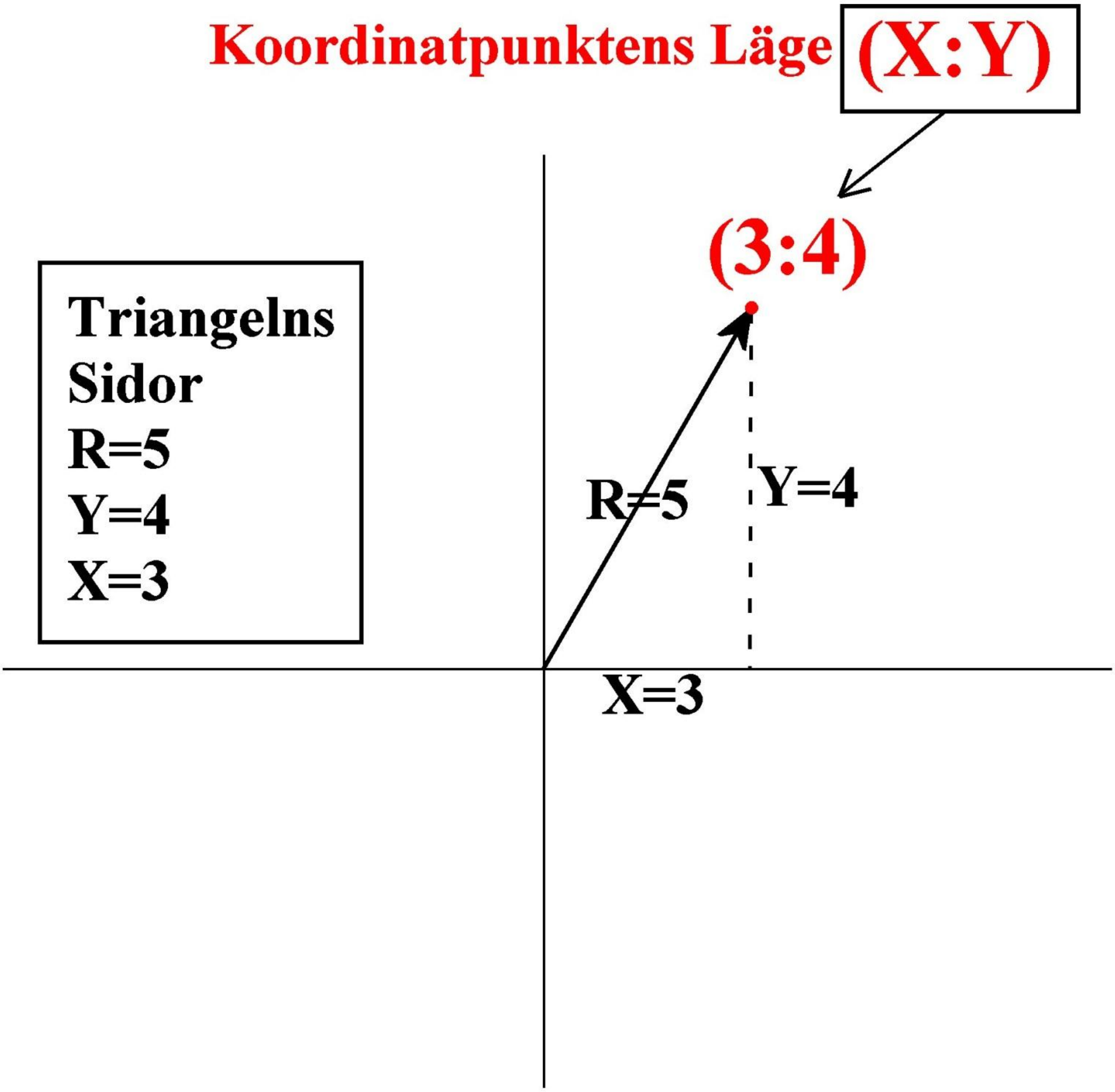


6 Hypotenusan (Radien R) (En Visare på Klockan)

I **fig 1** har vi ett **Koordinatsystem**, en **urtavla** och en **visare** som är fästa i Origo. Nu när vi har en mental bild av det hela kan vi plocka bort ***Urtavlan*** för att få mindre röriga figurer. Det vi har kvar är en visare i ett Koordinatsystem. Visaren är Hypotenusan som längsta sidan i en triangel. Om vi bara ritar en triangel på ett papper och ska räkna ut sidorna behöver vi inget koordinatsystem, och vi kan **Namnge sidorna med a,b,c**, men vi använder ju triangelns sidor till att bestämma var vi är i ett Koordinatsystem. **Vi vill ju veta var verktyget befinner sig i maskinen och var den är på väg**. Därför blir det naturligare för oss att **använda oss av X och Y samt Hypotenusan R.**

Det är ju Längden X som är och Längden Y som är Läget på Punkten i slutet av Hypotenusan. Starpunkten är ju Origo med Koordinaterna (0:0) så den behöver vi inte bry oss om den är ju Noll. Om det vore så att ingen av Start eller Stopp punkterna låg i Origo, då hade vi fått räkna på ett annat sätt. ***Se Punkt 7 Avståndsformeln.***

Notera att Hypotenusan pekar på Ca: Kl: 1 vår mentala bild är redan klar, så vi kan utesluta Urtavlans siffror



7 Avståndsformeln = (Pythagoras) (Visarens LÄNGD)

Avståndsformeln är egentligen Pythagoras sats, men i Avståndsformeln siktar man in sig på att bara räkna ut Hypotenusan. Man har en Startpunkt och en Slutpunkt på en linje och vill linjens längd. Det är samma sak som vi gjorde i föregående punkt, men där var ju Start Origo (0:0). Om nu Både Start och Slutpunkterna ligger någon annanstans använder man sig av Avståndsformeln. Man utgår från att Start och Slutpunkternas lägen i koordinatsystemet. Start får koordinaten **(x_0:y_0)** och Slut-koordinaten blir **(x_1:y_1)**. 0 och 1 betyder bara Start och Slut, det kunde lika gärna vara 1 och 2 eller A och B det är ju valfritt, bara man vet vad man menar. Vi får då punkterna: **P_0=(x_0:y_0)** och **P_1=(x_1:y_1)**. Avståndet **d** mellan **P_0=(x_0:y_0)** och **P_1=(x_1:y_1)** *Beräknas då med Formeln:*

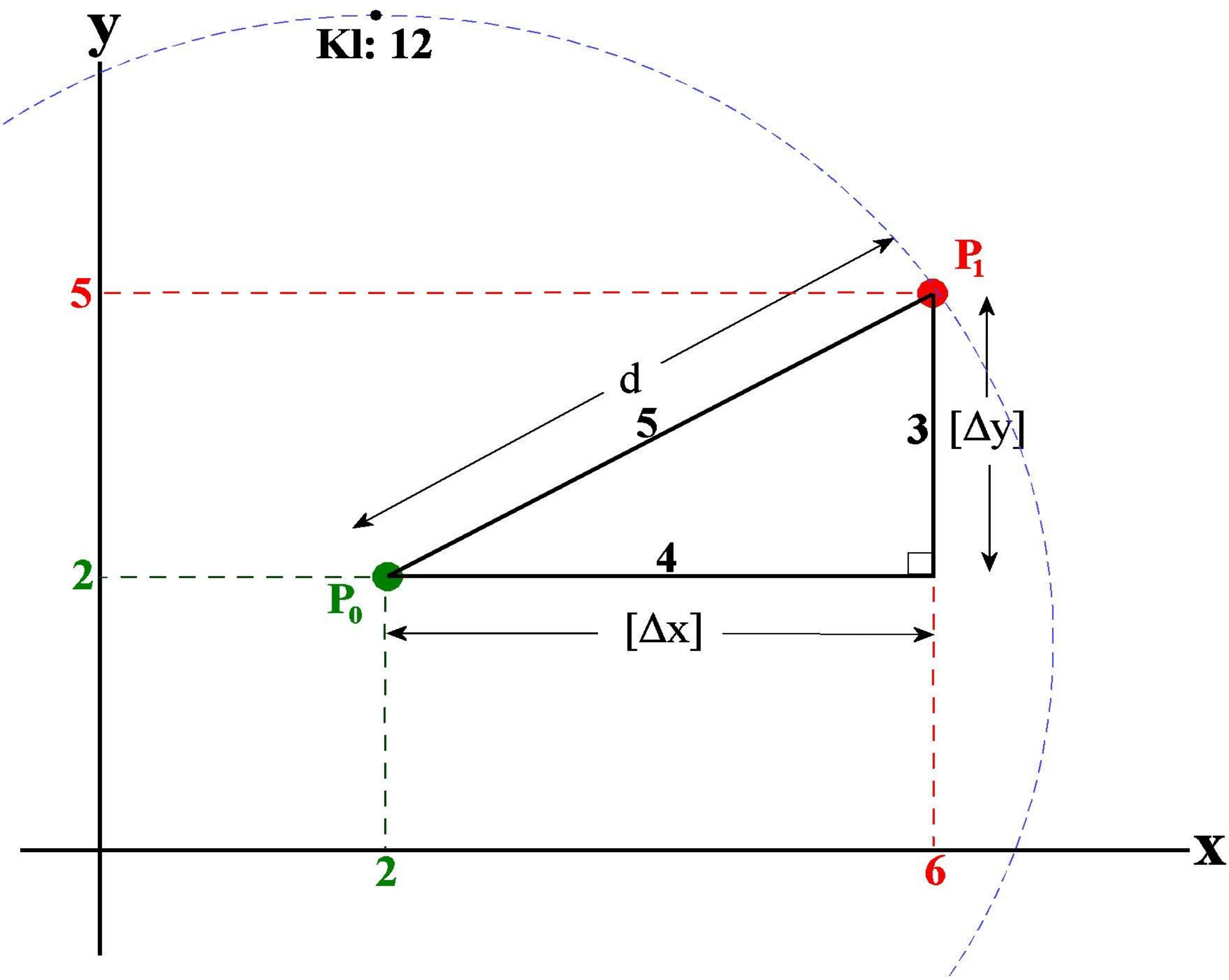
$$d = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

Resultatet blir avståndet **d** mellan **P_0** och **P_1** Exempel: **P_0=(2:2) och P_1=(6:5) insatt i formel ger: d=5**

Notera att: Om Triangeln var förskjuten så att P_0 låg i Origo, skulle triangelns ha samma form och storlek. Vad vi har här är att vi förskjutit triangeln så att JUST den triangelns Klocka (Blå Cirkel) **INTE** har sitt Centrum (P_0) i ORIGO.

I vår övningsbok NC-Mattematik finns det övningar som har Linjer som skär Cirklar eller Cirklar som skär andra Cirklar. Där är uppgiften att hitta dessa Skärningspunkters Koordinater. Till dessa kan vi använda oss av vår **mentala bild FIG 1**, där **Cirkeln är en UR-tavla**. Vi kan sedan rita in en eller flera VISARE och var och en av dem är då Hypotenusor till trianglar.

Tankesätt: **En Synlig Cirkel har en Dold Triangel, och en Synlig Triangel har en Dold Cirkel.**



8 Vektorer [VEKTOR GEOMETRI]

Avståndsformeln, Vektorer och Pythagoras (med vår notering R,X,Y) är i princip samma sak och tillhör gruppen **Vektor- Geometri**. I den gruppen Vektorgeometri finns en koppling mellan de **Geometrisk figurerna (cirklar tringlar m.m.)** och **Algebraiska Uttryck (typ $R^2=X^2+Y^2$)**.

En Vektor har en Storlek och en Riktning:

Timvisaren är en Vektor. Den har en **Storlek: (Längd)** och **Riktning: (klockslag exempelvis, Kl:2 φ=30º).** Om vi på måfå ritar en Triangel på ett papper med sidorna 5,4,3 cm. Då har sidorna en Storlek (Längd), men eftersom den inte ligger i ett Koordinatsystem kan vi inte se vilken Riktning de tre sidorna har. Sidorna kallas då för **Skalärer**. En skalär är något som har en Storlek men ej en Riktning. Ungsteperatur 225º är exempel på en skalär, eller 350 kr. Båda har ett Numeriskt värde (Storlek) men saknar en Riktning. Lite förenklat kan man säga att en **Vektor är en Pil**, den har en Storlek (Längd) och Pekar (Riktning) på något.

Triangel i ett Koordinatsystem: Om Triangeln med sidorna 5,4,3 ligger i ett Koordinatsystem, då är sidorna Vektorer för de har ju Riktningar. ***Vi kan ju starta i Origo och gå 4 meter i x-led, och då pekar ju sidan X=4 på Kl:3***. Om vi sedan går upp 3 meter (Y=3) och sedan frågar oss, Var har vi hamnat? Där vi nu står där befinner vi oss fågelvägen 5 meter från Origo. Att göra så är att utföra **Vektor-Addition**. Att säga att 4+3=5 känns ju onekligen fel, men Vektoraddition utgår bara från Förflyttningar i ett Koordinatsystem. När alla förflyttningar är klara ställer man sig frågan Var är jag i förhållande till den punkt jag startade ifrån.

Vi kan åka från Karlstad och besöka alla städer i Sverige men om sista staden vi besöker är Säffle, då ställer vi oss frågan. Hur långt hemifrån är vi, (Storlek) och i vilken Riktning har vi hamnat. **SVAR:** vi är 50km (Storlek) Söderut (Riktning). Det spelar ingen roll hur långt vi åkt. Det enda vi bryr oss om i **Vektor-Addition** är: **Start P_0=Karlstad Slut P_1=Säffle**.

Räkneregler för Vektorer i Koordinatform:

(1,2 betyder bara punkt 1 och 2, nästa blir 3,4,5 osv) Vår: Vektor Y Starar då i Punkt 2 och Slutar i Punkt 3. Punkt 2 är ju också JUST den Vektorns START P_0 och Punkt 3 är dess SLUT P_1 Karlstad kanske heter Punkt 151 och Säffle Punkt 225. Det spelar ingen roll. Om vi vill Skapa EN vektor mellan städerna så är Punkt 151= P_0 och Punkt 225= P_1 [Varje Vektor (PIL), får en egen START punkt P_0 och en egen SLUT punkt P_1]

[Vektor Addition: $(x_1:y_1) + (x_2:y_2) = (x_1+x_2:y_1+y_2)$] **[Vektor Subtraktion $(x_1:y_1) - (x_2:y_2) = (x_1-x_2:y_1-y_2)$]**

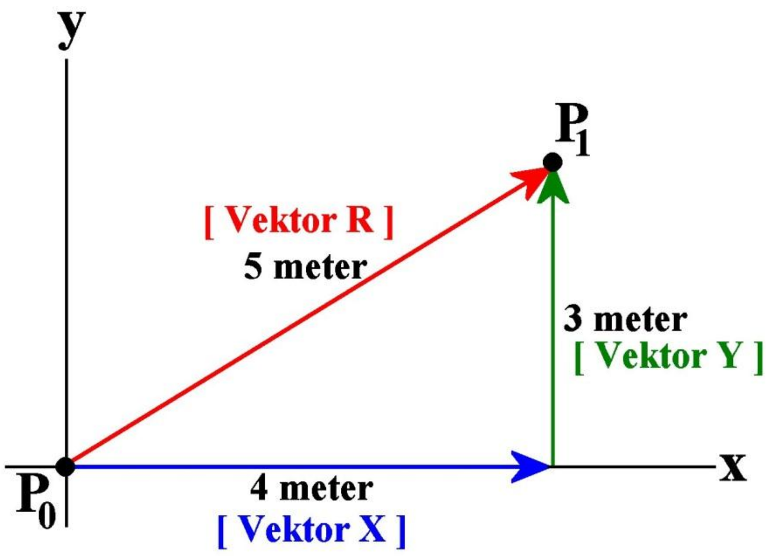
[Skapa en Vektor av 2 Punkter: SLUT minus START (P_1-P_0)]

Skapa Vektorer:

Vektor X har SLUT (0:4) och START (0:0). [P_1-P_0] ger: (4-0 : 0-0) = **(4:0)**. **Vektor X** Heter **(4:0)**

Vektor Y har SLUT (4:3) och START (4:0). [P_1-P_0] ger: (4-4 : 3-0) = **(0:3)**. **Vektor Y** Heter **(0:3)**

[Addera Vektor X och Y: ger Vektor R] (4+0 : 0+3) = **(4:3)**. **Vektor R** Heter **(4:3)**



9 Cirkelns Ekvation Räta Linjens Ekvation[Vektor Geometri]

Kopplingen mellan Algebraiska Utryck och dess Geometriska figurer är inte Lätt att se. **Pythagoras $R^2=X^2+Y^2$ är ett Utryck som Geometriskt sett är en Cirkel**. Om Visaren R är 50mm så kommer alla Punkter på Cirkeln att ligga 50mm från Centrum. **Om Punkten Kl: 1 har (x : y) Koordinaten som är (25 : 43,3)** och vi sätter dessa värden i Pythagoras Formel kommer svaret att bli R=50mm. Vilken punkt på Cirkeln vi än väljer att beräkna så kommer resultatet bli R=50. Formeln **$R^2=X^2+Y^2$** kallas då **Cirkelns Ekvation.**

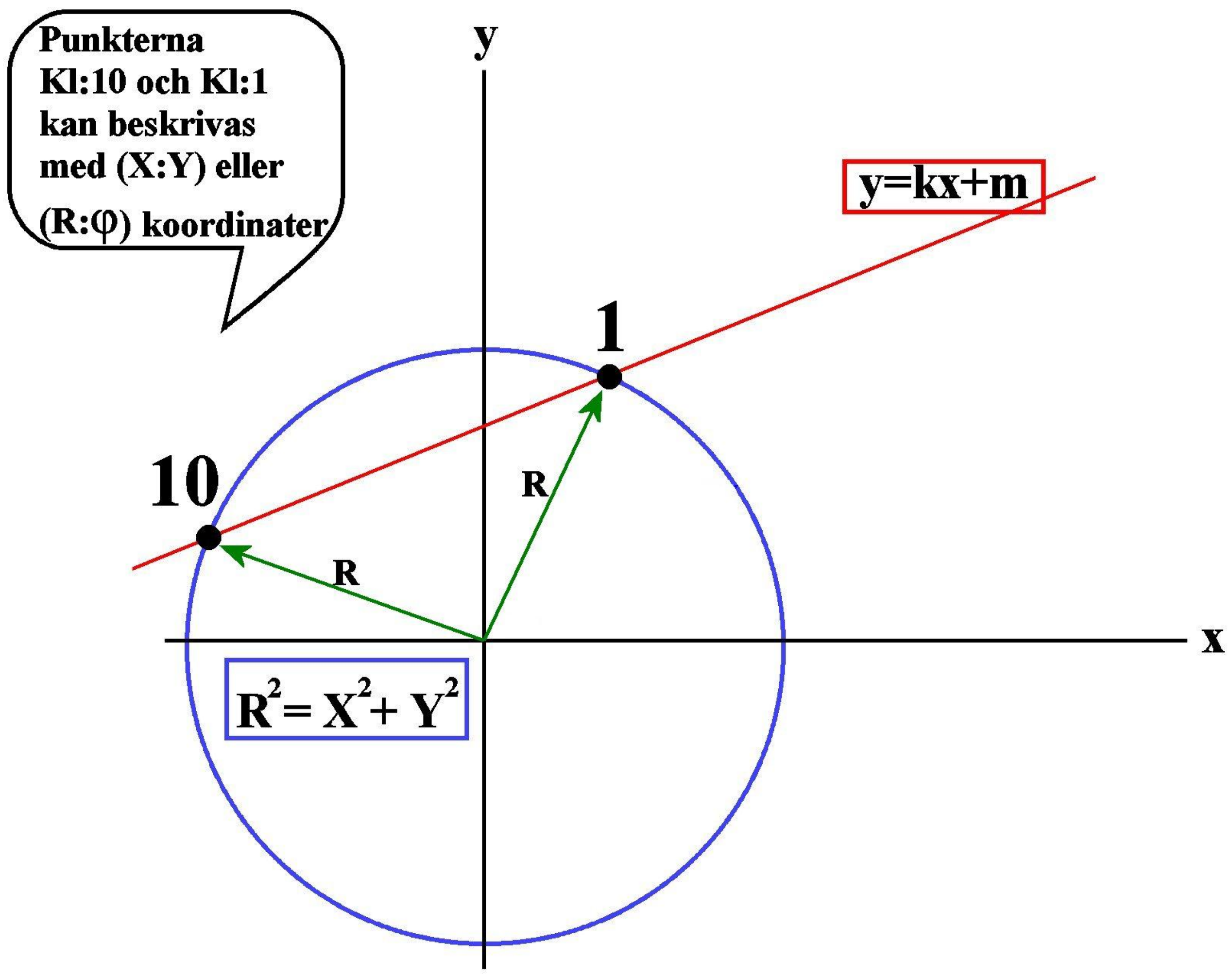
Räta Linjens Ekvation: y=kx+m

Räta Linjens Ekvation y=kx+m är kanske lättare att se, **men bara för att vi är van att se den tidigt i matte, redan i 9:ans fördjupningar**. Det Algebraiska Uttrycket är: y=kx+m och Geometriskt är det en Linje. Vi vet **m** är y-värdet där linjen skär y-axeln. Och **k** är linjens lutning. **Om vi kan se den kopplingen mellan Algebra och Geometri** får vi betydligt lättare för att lösa NC-mattematik. När ni ser Linje kan ni beskriva dess Ekvation, och det omvända när ni ser det Algebraiska Uttrycket.

Vi känner till **Linjen och dess Ekvation**. Ovan är även **Cirkeln och dess Ekvation** beskriven. Om nu Både Linjen och Cirkeln är ritad i ett koordinatsystem, och linjen skär av Cirkeln. Då kan man beräkna dessa skärningspunkters koordinater. Vi kan alltså beräkna den typen av problem Både Algebraiskt och Geometriskt. **Fler figurer än dessa två kan beskrivas Algebraiskt**, men förstår man hur Linjen och Cirkeln är uppbyggda Algebraiskt så har man två bra verktyg.

OBS! När Cirkelns Centrum Ej är Origo, får man modifiera formeln lite för att kompensera för denna förskjutning**. Jag beskriver hur man gör det om jag får en sådan förfrågan**. **Orsak:** Först måste ni förstå **Cirkelns Grund Ekvation**, **samt om ingen läser detta eller ens är intresserad**. **Då är det meningslöst att jag fortsätter skriva på detta Mattekompendium**.

Notera att: vi har en Skärning Kl: 10 och en Kl: 1 Klockan är fem över tio, och VISARNA är R lång



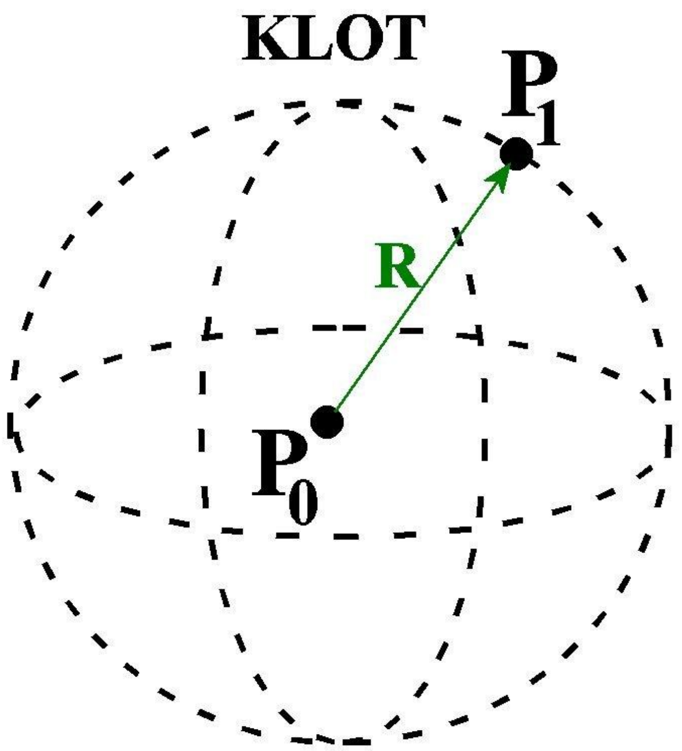
10 Pythagoras i 3-D (Fräsmaskinen)

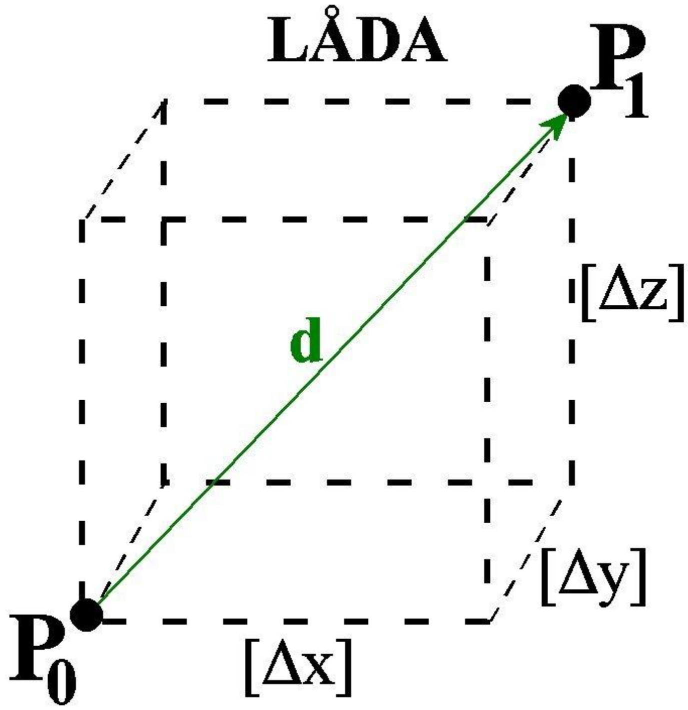
När vi beräknar en Triangels sidor då använder vi oss av **Pythagoras i 2-D (Platt på ett papper).** Vi kan exempelvis beskriva Avståndet R (Hypotenusan) som är lika med Radien i en Cirkel. Om vi ska beskriva **Avstånd i Rummet** får vi lägga till en koordinat i Z-led. **Pythagoras i 3-D** skrivs då: $\mathbf{R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2}$

Formeln kan då användas för att beräkna Radien **R** i ett **Klot**, eller helt enkelt Avståndet **d** mellan två punkter så som i **Lådan** nedan.

Om vi utför en Vektor-Addition med Lådan så får vi: $\mathbf{d = \Delta x + \Delta y + \Delta z}$ **(Δ Betyder Förändringen)**

Eller med ord: Vi går från P_0 , 2 meter åt höger, därefter 2 meter rakt fram, och slutligen upp 2 meter till P_1

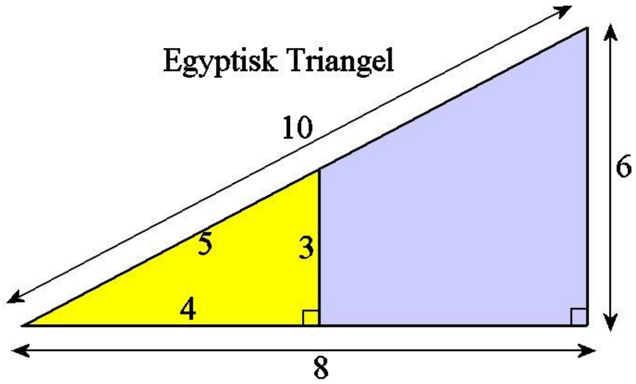




11 Geometriska Figurer och dess Skalor (Bör Kunnas)

De Trianglar man bör känna till är: **Liksidig Triangel**, och **Halv sådan**, **Egyptisk Triangel**, och **Halv Kvadrat**. Dessa Trianglar ger oss Vinklar och Värden för Trigonometriska Funktioner som ofta förekommer. Vinklarna är 30º 45º 60º 90º. Vi tittar även på ***Enhetscirken m.m***, samt de **Geometriska Figurernas SKALOR**.

Egyptisk Triangel:



Det som är speciellt med Egyptisk Triangel är Förhållandet mellan sidorna. **Om sidorna är 3, 4, och 5 Längd Enheter (LE)** långa, ex: 3cm 4cm 5cm, då vet man att en av Triangelns vinklar **blir 90º**. (LE) skriver man när man inte vet vilken sort det är. Det viktiga är att man känner till sidornas Förhållande till varandra. **Precis som när vi blandar Saft. 1 del saft och 4 delar vatten.** Vi vet inte om vi ska blanda 1 liter saft eller ett Badkar med saft, utan bara hur stor delarna är.

SKALOR: Vi vet nu hur att Förhållandet mellan sidorna är **5:4:3 (LE)**. **Skala upp** eller **Skala ner**, eller annorlunda uttryckt: **Förlängning** eller **Förkortning**. Precis som när vi Skalar upp (Förlängning), ***Saftblandandet i ett Badkar***, kan vi Förlänga Triangelns Sidor. Det viktiga är bara att vi behåller sidornas förhållande med varandra. Så vi säger att vi ska Förlänga med 2. Då måste vi förlänga alla sidorna med 2 för att **vara säker på att den Räta vinkeln 90º blir kvar**. Se figuren ovan. Här Förlängde vi med Faktorn 2, men **det är ju valfritt**. Låt säga att vi förlänger med 10 % då gångrar vi alla sidor med 1,1 och får: 5*1,1=5,5 osv. På samma sätt kan vi Förkorta, exempelvis Halvera sidorna. 5/2 = 2,5 osv.

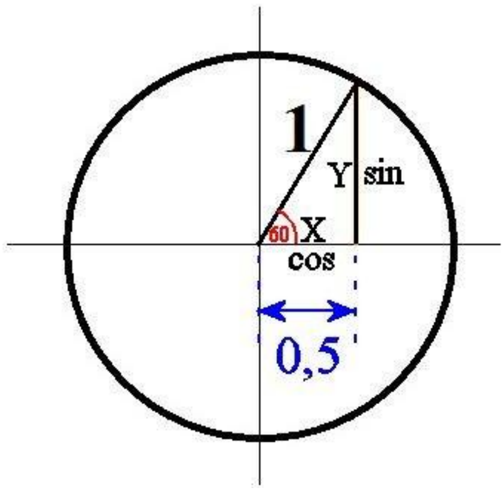
Förlänga och Förkorta (SKALOR):

Komihåg Idé (BILDEN : VERKLIGHETEN). I Läsriktningen (B:V) Om vi har en ritning som är ritad i **skala (1:10),** så är ***första siffran (1) Bilden på ritningen***. **Den skall Förlängas med Faktorn 10**, som är ***andra siffran (10) Verkligheten***. Så om ritningen visar en Egyptisk Triangel med sidorna 5dm, 4dm, 3dm och vi Förlänger med 10, då blir sidorna i Verkligheten 5, 4, och 3 meter långa.

Att förstå detta är inte bara viktigt för att vi ska kunna tolka ritningar. ***Vi får även ett mer flexibelt sätt att tänka***. Just i detta fall var vi tvungna att Förändra alla sidorna, men i andra figurer kanske vi bara vill ändra en sträcka.

Enhetscirkeln: (Miniräknaren Räknar bara med denna Cirkel)

Enhetcirkeln är en Cirkel med Radien 1. Pythagoras ger: $x^2 + y^2 = 1$. Vi vet att (**X=R*cos α**) och (**Y=R*sin α**) R=1vi kan då skriva Pythagoras som: $\cos\alpha^2 + \sin\alpha^2 = 1$ Den formen kallas för **Trigonometriska Ettan**. Det man är ute efter är att man vill ha någon form av grund att utgå ifrån. En miniräknare kan ju inte veta hur stor cirkeln är. Miniräknaren utgår från Enhetscirkeln. **SE Punkt 2:** Formelsamlingar har **Modell 1** vi skriver om samma sak till **Modell 2**, som då ser ut så här: **[X=R*cos α] och [Y=R*sin α]** Miniräknaren ser ju bara **R=1** så R kan plockas bort vi får då: **(X=cos α)** och **(Y=sin α)**. I bilden är Längden X och Höjden Y beskriven med Båda utrycksätten, Alltså (X eller cos) samt (Y eller sin). Om vi exempelvis tar Längden X, så kan det i **matteböcker** istället för X bara stå cos. Det betyder ju samma sak, men de utgår från att **läsaren känner till Enhetscirkeln**.



Bilden visar att: Längden **cos 60º = 0,5**. Så om vi på miniräknaren trycker: cos 6 0 = får vi **0,5**. Värdet vi får ska Tolkas som en LÄNGD, men räknaren ger bara längder mellan **0 och 1**. Om vi nu har en Triangel där Hypotenusan **R=3** får vi: **Förlänga med 3**. Vi tar då Räknarens Längd 0,5 gånger 3. **Ger: 05,*3=1,5. Så med R=3 är Längden X=1,5.**

Det är ju sällan vi har en Triangel med just Hypotenusan R=1, men det är vad **Miniräknaren räknar med**. Den ger oss en Triangel som är inom Cirkeln med Radien 1. Räknaren ger oss Längden X och Höjden Y, insatt i formel ser det ut så här: **[X=1*cos α]** **och** **[Y=1*sin α]** Bilden visar **(X=1*cos 60º), där X=0,5** och Höjden Y blir: **(Y=1*sin 60º), där Y blir: Y=0,87**.

Miniräknaren ger oss: **X=0,5** och **Y=0,87**.

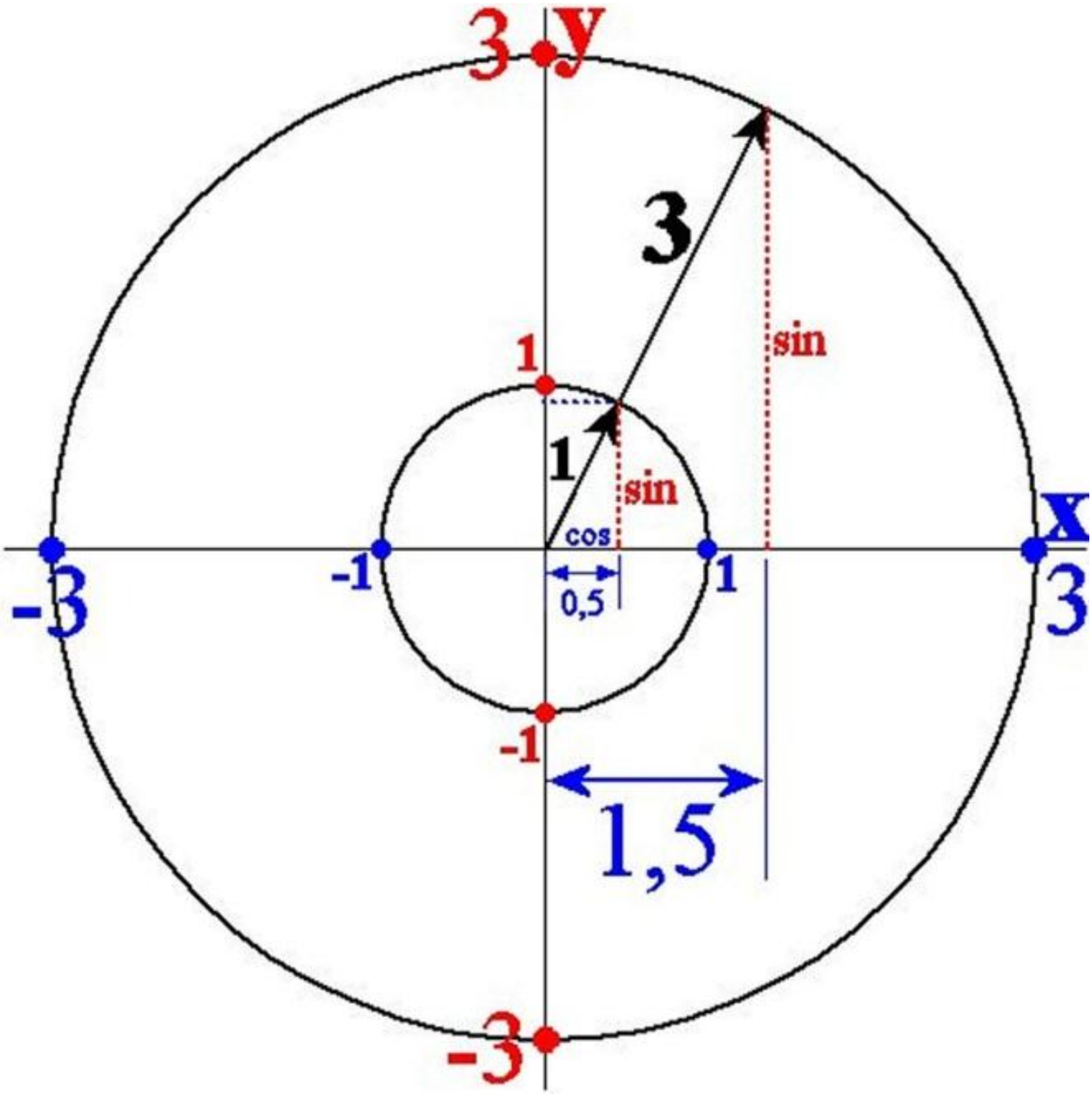
Vår Triangel har Hypotenusan **R=3**. Vi måste alltså **Skala upp** det räknaren ger, med **Faktorn 3**, **(Förlänga med 3).** Vi får då: **3*0,5=1,5** och **3*0,87=2,61**.

Vi kan ju också skriva in **R=3** direkt i utrycken: **[X=3*cos α]** **och** **[Y=3*sin α]** och Beräkna X o Y så som vi vill ha det.

Sökt Triangel:

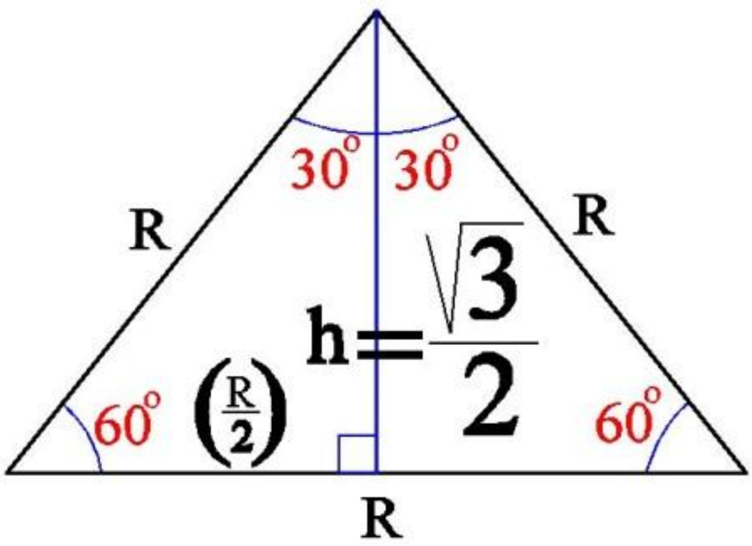
X=1,5

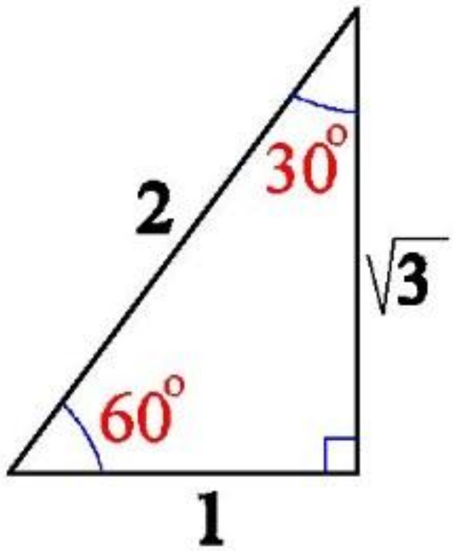
Y=2,61



Liksidig Triangel:

I en **Liksidig Triangel** är alla sidorna lika långa och alla vinklar är 60º. En halv Liksidig Triangel får vinklarna 30º, 60º, och 90º. **Sidan=R** om **R=1 så ligger Triangeln i Enhetscirkeln**. Bilden till Höger är en **Halv Liksidig Triangel**, där vi ger sidan ett värde här: **R=2**





Skalan på R: Väljer vi själv, det beror på vilket som passar bäst. Med R=2 får man ju enkla värden, halv sida blir 1 och Triangelns höjd blir roten ur 3. *Pytagoras ger ju Höjden:* $\mathbf{2^2 = 1^2 + h^2}$

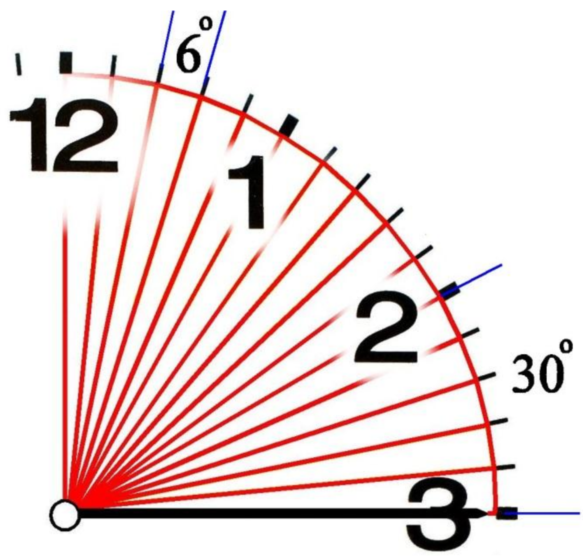
Om vi exempelvis väljer Skala så som Halva Liksidiga Triangeln ovan till höger. Då kommer ***korta sidan*** vara **R** lång.

Hypotenusan vara **2*R** lång, och ***Höjden*** vara $\sqrt{3} \cdot \mathbf{R}$ lång.

Klockan som Gradskiva:

En Gradskiva har 360º. Det är en 360 Bitarstårta. Vi kan dela upp Cirkeln hur vi vill exempelvis Klockan som med 12 timmar är en 12 Bitars tårta. Finessen med det är att vi får en grov gradskiva som vi kan ha som minnesreferens. Vi får: **En Timme är 30º**. *En Minut blir:* 360º/60 min ger: **1 min = 6º**.

Vi ser att i en Halv Liksidig Triangel **30º = 1 Tim** och **60º = 2 Tim**. Vi får en Grov Gradskiva, men också en Cirkel där vi kan rita in kända Geometriska figurer i. ***Som även kan byggas så att de visar andra Geometriska figurer.***



<u>6st Liksidiga Trianglar:</u> (Hexagon)

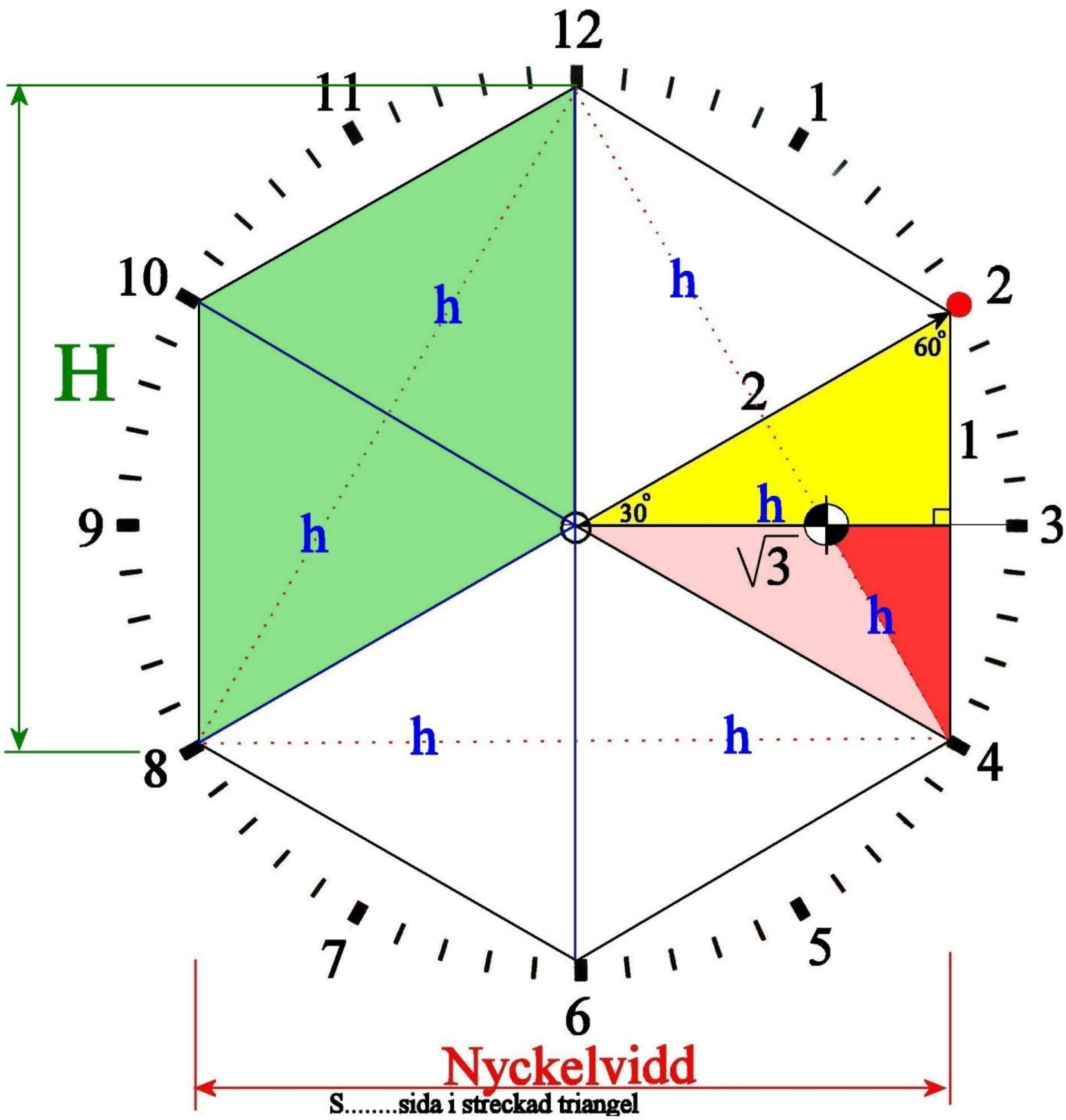
Om vi ritar 6st Liksidiga Trianglar i en Cirkel så får vi en Geometrisk figur som heter **Hexagon**. En sexkantskruv eller **Mutter** har den formen. **I boken NC-mattematik** finns en övning, **Öv 2,12** där man skall beräkna Nyckelvidden på en Sexkanstång. **Där Kanten = 12 mm**

<u>ENKLAST:</u> är att använda **Pythagoras** på **Triangeln: Kl: 4 till 8 till 10**. Vi vet ju att **Radien = Kanten**, (pga. Liksidig), **Diametern = 2R**, och vi **söker N**. <u>Pythagoras ger:</u> $(2R)^2 = (R)^2 + (N)^2$. Ger: $N = \sqrt{3} \cdot R$ ger:

N=1,73*12mm. *<u>SVAR:</u>* N=20,8 mm

Nyckelvidden = S, (Sida i streckade triangeln mellan Kl: 4, 8, och 12). ALLTSÅ: $S = \sqrt{3} \cdot R$

S = 2h Det viktigaste här är INTE att vi räknat ut Nyckelvidden och att det stämmer med Facit. Det viktigaste är att vi ser de olika **<u>varianter av Trianglar</u>** och **<u>Förhållanden</u>** vi skapat. Tyngdpunkten (TP) i Triangeln ligger **1/3 h** upp från Basen, och sedan från TP till topp **2/3 h**. Avståndet **S=2h** exempelvis i de två **<u>Gröna trianglarna</u>** och trianglarnas form,(**RUTER**), återkommer då vi beräknar **skärningspunkter mellan Cirklar**. (Avstånd **Kl:8** till **Kl:12** är ju **S**) som också är **Nyckelvidden**. TP i Stora sträckande Triangeln är Klockans Centrum.



Pentagon: (5 Hörning)

Fördelen med att använda Klockans 12 Timmar eller 60 minuters skalindelning är att vi kan rita en del figurer utan Passare och Linjal. Både Mentalt i minnet och på papper. Vi vet ju att en Hexagon har 6 kanter och klockan 12 Timmar. 12/6 = 2 Alltså var kant är 2 tim. Om nu inte figuren vi ska rita sammanfaller med jämna timmar. Kan man försöka med 60 minuters skala. **Figuren Pentagon har 5st Kanter**.**(60min / 5 kanter)** ger: **12min per kant**. Vi vet att **1 min = 6º** Då är **12 min = 72º**

Pentagon figuren ger oss Vinklarna: **18º 36º 72º 54º 108º 144º**. Det är ju inte direkt kända vinklar, men de kan vara användbara i **NC-matte Öv 3,30**. Pentagonen är **<u>definitivt ett måste</u>** till **Fräsövning: Öv_5**

<u>Notera:</u> att Trianglarna här inte är Liksidiga Trianglar, de är här **Likbenta** Trianglar. De streckade sidorna är Lika långa. Yttersidan är längre än de streckade sidorna. Talet **Φ** (Fi), ingår i det som kallas det **Gyllene Snittet**, används av Fotografer till att komponera bilden. Somliga menar ett det är **Skapat av Gud**, då det återkommer i allt som finns i Naturen. Allt från hur kaniner förökar sig till hur bladen på björkar ser ut. **Huruvida Chefen** är inblandad eller inte vet jag inte, men faktum är att det är ett mystiskt tal och kan användas till lösa många knepiga problem. **Φ** var känt av Kyrkan länge men föll i glömska, och idag har det mer och mer tagits över av de som dyrka mörkare krafter. De använder ofta symboler i form av **Pentagram** till smycken och liknande.